

# Spiegelwelt - Schattenwelt

Symmetrien - Denkhilfen oder Denkblockaden



Einem alten englischen Mythos zufolge lauert hinter einem Spiegel der Geist der "Bloody Mary".



Symmetrien sind für einen Physiker das höchste Glück, und deshalb beruht die gesamte moderne Physik auf symmetrischen Prinzipien, Überlegungen und Gleichungen. Der englische Mathematiker und Kinderbuchautor Lewis Carroll hat das Streben nach Symmetrie in seinem grotesken Gedicht „Die Jagd nach dem Schnark“ am besten erfasst, wenn der Kapitän seinen Mitstreitern den Rat gibt: „Doch höchstes Gesetz soll bei all dem dir sein des Tiers Symmetrie zu bewahren.“

Zwar warnt der berühmte Physiker Richard Feynman vor dieser Besessenheit von Symmetrie - oft gleichbedeutend mit Schönheit, Vollkommenheit und Harmonie -, wenn er sagt: „Wir haben die Tendenz, Symmetrie als eine Art Perfektion zu akzeptieren.“ Doch gleich darauf wischt er alle Bedenken beiseite: „Die Wahrheit erkennst du an ihrer Schönheit und Einfachheit.“ Nicht etwa an der Übereinstimmung von Behauptungen mit der Realität! So hat das Streben nach Symmetrie der Physik ungeheure Erfolge beschieden und sie genauso oft in ebenso ungeheure Sackgassen geführt.

**Ein (a)symmetrischer Streit**

Ein besonders gutes Beispiel dafür, wie die Besessenheit von Symmetrien Wissenschaftler in die Irre führen können, ist die Geschichte vom fehlenden (mathematischen) Glied in einer der wichtigsten Formeln der modernen Physik. Das Konzept der Symmetrie hat einen Physiker (Albert Einstein) in eine Sackgasse getrieben, während ein Mathematiker (David Hilbert) unbeindruckt davon seine Berechnungen nach höheren Prinzipien durchführte und dabei Symmetrien nur als Hilfsmittel betrachtete, nicht als Endziel. - Schauen Sie sich die beiden Formeln an:

- (1)  $A = B$
- (2)  $A + x = B$

Welche gefällt Ihnen besser? Jeder Physiker würde sagen: Formel (1), denn was

Physiker glauben an die Macht der Symmetrie. Konsequenterweise müsste es eine Spiegelwelt geben, in der Links und Rechts, Vorn und Hinten, alle Farben usw. vertauscht sind.



In einem staubfreien Labor überprüfen Wissenschaftler des NASA Goddard Space Flight Center den ersten der zwei großen Spiegel des neuen Webb Space Telescope. (Bild: NASA)

soll das blöde „x“ in Formel (2), egal, was es bedeutet? Genauso dachte Einstein, mit fatalen Folgen. Sein Ziel war es seit Aufstellung der speziellen Relativitätstheorie (1905), eine allgemeine Theorie der Welt aufzustellen, in der die Wirklichkeit mit Hilfe der Krümmung des Raums beschrieben werden sollte, also als Formel:

Mathematik = Physik, oder etwas konkreter:

Raumkrümmung = Masse + Energie

Das Konzept war nicht neu. Schon in den 1870er Jahren hatte es William Kingdon, der Übersetzer der Riemannschen Werke über gekrümmte Räume, als Ziel vorgeschlagen. Anfang des 20. Jahrhunderts stellte dann Heinrich Hertz die erste Formel in diesem Zusammenhang auf, eine Bewegungsgleichung entlang von „Geodätischen“, das sind kürzeste Verbindungslinien in gekrümmten Räumen. Einstein hatte sich

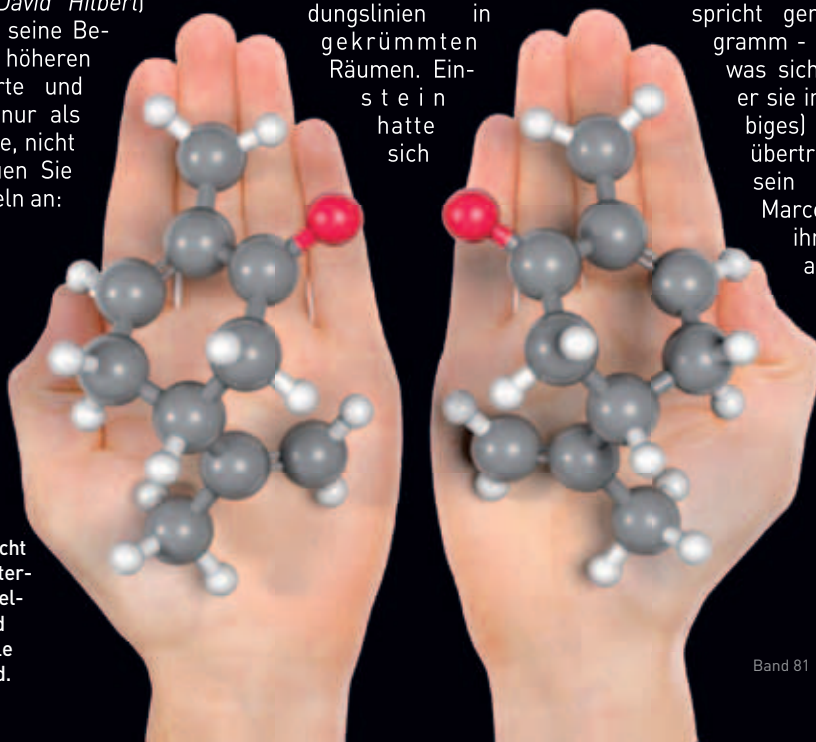
die mathematische Disziplin angeeignet, die zur Beschreibung gekrümmter Räume diente, die Tensorrechnung, damals auch „Ricci-Kalkül“ genannt.

In diesem Kalkül gibt es eine Größe  $R^{ik}$ , den Krümmungs- oder Ricciten-sor, der die Raumkrümmung in jedem Punkt beschreibt. Damit hätten wir die linke Seite. Auf der rechten Seite dachte sich Einstein einen Tensor aus, der alles physikalisch Bedeutungsvolle enthält (Massen, Energien, Potentiale). Er nannte ihn „Energie-Impuls-Tensor“ und bezeichnet ihn mit  $T^{ik}$ . Und so fand er eine Formel, die in allereinfachster Schreibweise so aussieht:

$$R^{ik} = kT^{ik}$$

„k“ ist eine Konstante zur Umrechnung mathematischer Einheiten in physikalische. Diese Formel entspricht genau Einsteins Programm - bloß, sie war falsch, was sich dann zeigte, wenn er sie in ein anderes (beliebiges) Koordinatensystem übertragen wollte. Auch sein Mathematikerfreund Marcel Großmann konnte ihm nicht helfen. Dabei arbeiteten die beiden jetzt schon beinahe zehn Jahre an dem Problem!

Verzweifelt fuhr Einstein 1915 nach Göttingen, der Hauptstadt der



mathematischen Physik, und hielt dort einen Vortrag über seine Pläne und Probleme. Hilbert, einer der größten Mathematiker des 20. Jahrhunderts und immer stark an Grundlagenfragen der Physik interessiert, hörte aufmerksam zu, setzte sich danach an seinen Schreibtisch und hatte - mit Hilfe eines von ihm verfeinerten mathematischen Verfahrens - in kürzester Zeit die korrekte Formel. Die sah so aus:

$$R^k - \frac{1}{2}g^k R = kT^k$$

also genau die Form der Formel (2) von oben. Aber was sollte das Zusatzglied? Es lieferte ja nicht einmal zusätzliche Informationen.  $R$  ist die Gesamtkrümmung des Raums, also eine Art Mittelwert über die  $R^k$ , mithin nichts wirklich Neues.  $g^k$  ist die sogenannte Metrik des Raums, die man braucht, um Entfernungen zu messen oder von einem Koordinatensystem in ein anderes überzugehen.

Im nachhinein wird klar, wozu das Zusatzglied diente (das man keinesfalls erraten konnte): Einstein setzte voraus, dass seine Formeln in allen Koordinatensystemen gelten, und zur Koordinatentransformation braucht man eben die Metrik. Dass sie in dieser Form auftritt, konnte, wie gesagt, niemand erraten. Für Hilbert war das kein Problem gewesen: Die Gesamtformel ergab sich automatisch beim Berechnen, die Asymmetrie der Seiten störte ihn nicht.

Hilbert hatte Einsteins Programm gerettet, doch letzterer zeigte sich keineswegs dankbar. Wütend übernahm er das fehlende Glied und beschuldigte in einem Brief an einen Freund sogar Hilbert, von ihm, Einstein, abgeschrieben zu haben! Dennoch anerkannte auch Hilbert Einsteins jahrzehntelange Bemühung um eine Art „Weltformel“, und darum

heißt die obige Formel auch „Einsteinische Feldgleichung der Gravitation“. Die zugehörige Theorie ist unter dem Namen „Allgemeine Relativitätstheorie“ in die Geschichte eingegangen.

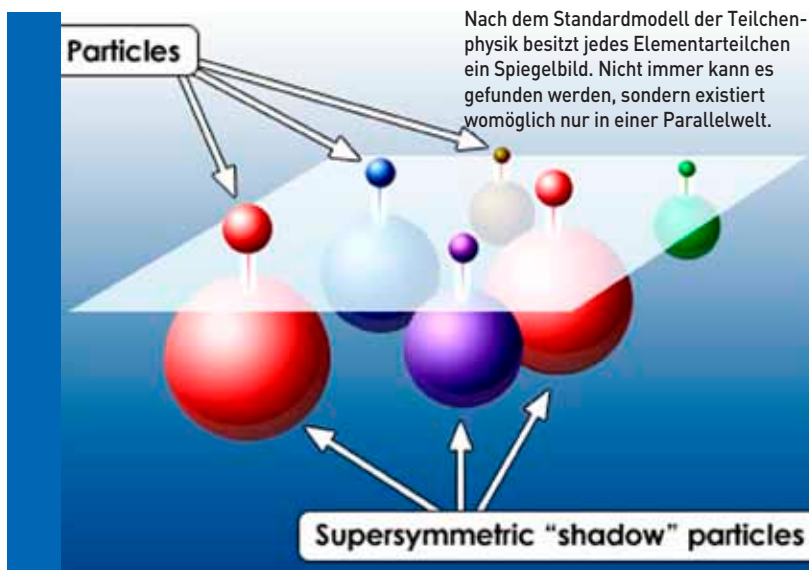
### Im Land der „Bloody Mary“

Dass Symmetrie-Überlegungen auch zu fantastischen Welten führen können, hat in jüngster Zeit ein australischer Wissenschaftler gezeigt. Robert Foot dachte sich eine Schattenwelt aus. Wobei sich die Frage erhebt: Was fasziniert uns am Schatten? Unser Schatten ist untrennbarer Teil von uns selbst, in einem dunklen Wasser gespiegelt. Für den Psychologen C.G. Jung war der Schatten ein Archetypus, ein Urmuster in uns, alles Dunkle, Verdrängte, Böse verkörpernd. Doch ohne Schatten sind wir nichts, wie Adalbert von Chamisso „Peter Schlehmihl“ erkennen musste. Auch Peter Pan ver-

viktorianische Mathematiker und Kinderbuchautor Lewis Carroll bereits in einer wunderbaren Erzählung vor-exerziert: „Alice hinter den Spiegeln“ erlebt Abenteuer, die witzig, grotesk, erschreckend, alptraumhaft und ver-söhnlich sind. Doch was sah Alice hinter dem Spiegel? Es waren nicht nur harmlose Kätzchen und Kaninchen.

Einem in angelsächsischen Ländern auch heute noch beliebten Mythos zufolge lauert hinter dem Spiegel der Geist der „Bloody Mary“, der Blutigen Maria. Die unglückliche Dame hat sich vor 100 Jahren bei einem bösen Unfall das Gesicht so schlimm zerkratzt, dass sie zu Tode blutete. Seitdem durchwandert sie die Welt als böser Geist. Wenn du im Dunklen (am besten um Mitternacht) vor einem Spiegel stehst und dreimal ihren Namen rufst, erscheint ihr schrecklich

zugerichtetes Antlitz. Wenn du nicht ganz schnell davon läufst, streckt sie ihre Hände durch den Spiegel und zerkratzt dein Gesicht. Oder noch schlimmer: Sie packt dich und zieht dich in die Spiegelwelt hinein. Der Mythos dient auch heute noch dazu, auf Kinderfesten die Kleinen tüchtig zu erschrecken.



### Energie aus dem Nichts

Ganz so schlimm ist die Schatten-

welt des australischen Physikers Robert Foot nun doch nicht, die er 2002 in einem Buch veröffentlichte. Foot suchte nach einer besseren Erklärung der „Supersymmetrie“, wo jedes Teilchen ein Spiegelteilchen besitzt, das man aber noch nie gefunden hat. Foot meint, die Spiegelteilchen bilden eine eigene Welt. Die Spiegelwelt verhält sich dabei wie eine echte Spiegelwelt: Sie besteht für sich, es gibt keine Interaktion mit unserer realen Welt, außer über die - im Teilchenbereich äußerst schwache - Schwerkraft. Und hier setzt Foot mit dem an, was er als „Beweise“ für seine Spiegelwelt hält.

sucht, seinen Schatten wieder einzufangen, nachdem er sich selbständig gemacht hat. Der Schatten ist unser Spiegel. Aber was sehen wir im Spiegel?

Irgend etwas ist hinter den Spiegeln verborgen, eine andere, eine ungewöhnliche, wunderbare oder erschreckende Welt. Der Blick in den Spiegel bringt uns Erkenntnisse oder Alpträume. Die Aufgabe des Wissenschaftlers ist es, uns von Alpträumen zu befreien und eventuell vorhandene Spiegelwelten zu erforschen oder zumindest auf Grund mathematischer Formeln zu beschreiben. Das hat der